

# Matematica I

Prof. **Silvia Villa**

Programma dettagliato definitivo a.a. 2019/20

*Sono corredata dal simbolo (\*) gli asserti di cui è richiesta la dimostrazione.*

## **Algebra e geometria**

*Sistemi lineari.* Sistemi triangolari, sistemi a scala, risoluzione di sistemi triangolari e di sistemi a scala, pivots, lemma fondamentale sui sistemi equivalenti, riduzione a scala di sistemi lineari con il metodo di eliminazione di Gauss, teorema di esistenza e molteplicità di soluzioni di sistemi lineari, teorema di struttura delle soluzioni di sistemi lineari. Teorema di Rouché Capelli.

*Matrici.*: prodotto tra matrici, rango di una matrice, matrici singolari e non singolari, matrice invertibile, unicità della matrice inversa, invertibilità del prodotto di due matrici (\*), una matrice è invertibile se e solo se è non singolare. Determinante.

*Vettori.* Vettori geometrici. Gli spazio vettoriali  $\mathbb{R}^2$  ed  $\mathbb{R}^3$ . Spazio generato da un numero finito di vettori. Sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^2$  ed  $\mathbb{R}^3$ . Combinazioni lineari di vettori. Dipendenza e indipendenza lineare. Base e dimensione di un sottospazio vettoriale. Prodotto scalare e prodotto vettoriale.

*Geometria nel piano e nello spazio.* Rette nel piano. Coniche. Rette e piani nello spazio.

## **Analisi matematica**

*Funzioni reali di variabile reale.* Nozioni di base: definizione, dominio, immagine, grafico. Funzioni elementari e trigonometriche. Operazioni elementari sui grafici. Simmetrie di grafici. Funzioni monotone. Iniettività, suriettività, funzioni invertibili e loro inverse. Grafico della funzione inversa. Funzione composta.

*Limiti.* Definizione di limite, limite destro e limite sinistro, asintoti. Teoremi di calcolo dei limiti e forme indeterminate. Teorema del confronto(\*) e limiti notevoli.

*Continuità.* Definizione di continuità in un punto. Funzioni continue su un intervallo. Proprietà delle funzioni continue. Continuità della funzione inversa e della funzione composta. Teorema della permanenza del segno. Teorema dei valori intermedi e ricerca degli zeri di una funzione. Estremi assoluti e relativi. Teorema di Weierstrass.

*Derivate e loro applicazioni.* Definizione e significato geometrico. Calcolo delle derivate e regole elementari di derivazione. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Grafico della derivata. Legami tra derivabilità e continuità. Trovare gli estremi di una funzione: teorema di Fermat (\*). Teorema di Lagrange. Derivata prima e monotonia. Convessità e concavità. Derivate successive, punti di flesso. Teorema di De L'Hopital. Lo studio di funzione.

*Calcolo integrale.* Integrale indefinito. Area e stima mediante somme finite: integrale definito. Funzioni integrabili e integrabilità delle funzioni continue. Teorema della media. Teorema fondamentale

del calcolo integrale (\*). Tecniche di integrazione: metodo di sostituzione, integrazione per parti. Integrali di funzioni elementari e di funzioni razionali.

*Numeri complessi.* Rappresentazione algebrica, modulo e coniugato e loro proprietà. Rappresentazione trigonometrica e coordinate polari. Significato geometrico del prodotto e del quoziente di due numeri complessi. Regola di De Moivre. Esponenziale complesso. Risoluzione di equazioni di secondo grado a coefficienti reali.

*Equazioni differenziali ordinarie.* Integrale generale e problema di Cauchy. Equazioni del prim'ordine, equazioni a variabili separabili, teorema di Cauchy di esistenza e unicità per problemi di Cauchy con equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del second'ordine: struttura dell'integrale generale per equazioni omogenee e non omogenee. Equazioni lineari del second'ordine a coefficienti costanti omogenee: equazione caratteristica associata, integrale generale. Equazioni non omogenee: soluzioni particolari, metodo di somiglianza con termine noto polinomio, esponenziale, trigonometrico. Principio di sovrapposizione.

## **Libri di riferimento**

Il corso tratta argomenti di base di algebra lineare, geometria, e analisi matematica 1. Non seguirò nessun libro di preciso, ma qualunque libro sull'argomento va bene per prepararsi all'esame. E' anche disponibile moltissimo materiale online. Di seguito trovate alcuni testi che considero particolarmente adatti al taglio che intendo dare al corso.

- Per la parte di analisi: J. Hass, M.D. Weir, G.B. Thomas, *Analisi Matematica 1*, Pearson.
- Per la parte di algebra e geometria: A. Bernardi, A. Gimigliano, *Algebra lineare e geometria analitica*, Città Studi Edizioni.